Proportionnalité

I) Reconnaitre une situation de proportionnalité

Rappel : **une grandeur** est quelque chose que l'on peut mesurer ou exprimer à l'aide d'un nombre (une longueur, une masse, une vitesse, un angle, une aire, un prix, un nombre d'objets...).
Lorsqu'on a 2 grandeurs, on peut alors regarder comment elles évoluent en les plaçant dans un tableau ayant 2 lignes (une pour chaque grandeur).

Définition : Il y a **proportionnalité** entre **2 grandeurs** lorsque les nombres d'une ligne s'obtiennent en **multipliant** (ou divisant) ceux de l'autre ligne par un **même nombre**.
Ce nombre s'appelle le **coefficient de proportionnalité**.

Exemple 1 : Je regarde les 2 grandeurs suivantes : le nombre de stylos et leur prix.

Nombre de stylos	1	2	3	4
Prix du lot (en €)	1,50	3	4,50	6

X 1,5
Coefficient de proportionnalité

Dans cet exemple, on remarque qu'on passe de la première ligne à la deuxième ligne en multipliant toujours par 1,5. C'est donc un **tableau de proportionnalité** et **1,5 est le coefficient de proportionnalité**.

Exemple 2 : Je regarde maintenant les 2 grandeurs suivantes : la masse d'un poulet et son temps de cuisson.

Masse du Poulet (en kg)	1	1,5	2
Temps de cuisson (en min)	80	100	120

1 x 80 = 80

Dans la première colone : il faut multiplier la première ligne par 80 pour passer de 1 à 80.

Masse du Poulet (en kg)	1	1,5	2
Temps de cuisson (en min)	80	~~100~~	120

1,5 x 80 = 120

Par contre, cela ne marche pas dans la 2^{e} colonne (1,5 x 80 donne 120 et pas 100...)
Donc ce **n'est pas un tableau de proportionnalité !**

Exemple 3 : Je regarde ensuite les 2 grandeurs suivantes : la durée d'ouverture d'un robinet et la quantité d'eau qui en sort.

Durée d'ouverture du robinet (en min)	15	3	7	9
Quantité d'eau (en L)	52,5	10,5	24,5	31,5

x ?

Cette fois, les calculs sont moins simples.

On peut alors chercher si il y a un coefficient de proportionnalité en posant des divisions (c'est la même chose qu'une multiplication à trous)

15 x ? = 52,5 ➡ 52,5 : 15 = 3,5
3 x ? = 10,5 ➡ 10,5 : 3 = 3,5
7 x ? = 24,5 ➡ 24,5 : 7 = 3,5
9 x ? = 31,5 ➡ 31,5 : 9 = 3,5

On remarque qu'on doit multiplier tous les nombres de la premières lignes par 3,5. Donc, ici il y a **proportionnalité** !

II) Compléter un tableau de proportionnalité

Méthode 1 : On trouve et on utilise le coefficient de proportionnalité.

Exemple : Compléter ce tableau de proportionnalité :

3	4	6	
	20		35

On remarque dans la 2^{e} colonne que pour passer de 4 à 20, il faut multiplier par 5. Comme on nous dit que c'est un tableau de proportionnalité, alors **5 est le coefficient de proportionnalité**. On complète ensuite les cases manquantes en multipliant ou divisant par 5.

: 5

3	4	6	**7**
15	20	**30**	35

× 5

Méthode 2 : Dans un tableau de proportionnalité, on peut **passer d'une colonne à une autre par une multiplication** (ou une division).

Exemple : Compléter ce tableau de proportionnalité :

	3	9	6	
6		12		32

On trouve les nombres qui permettent de passer d'une colonne à une autre :

: 2 × 2 × 3 × 4

4,5	3	9	6	24
6	**4**	12	**8**	**32**

: 2 × 3 × 2 × 4

Méthode 3 : Dans un tableau de proportionnalité, on peut utiliser le **produit en croix** (règle de trois).

Cette méthode est plus longue mais peut s'ppliquer lorsque les nombres sont plus compliqués.

2	?
3	7,5

Pour cela, on imagine une croix tracée entre les diagonales d'un carré de 4 cases d'un tableau de proportionnalité dont on connait 3 nombres sur les 4.

Pour calculer le nombre manquant, on **multiplie les 2 extrémités de la branche où il y a 2 nombres** (ici 2 et 7,5) puis on **divise par le dernier nombre** (ici 3) :

2 × 7,5 = 15 puis **15 : 3 = 5** Le nombre manquant est donc **5.**

Remarque : Ces méthodes fonctionnent uniquement dans des tableaux de proportionnalité !

III) Calculer un pourcentage

Le **symbole %** se lit « **pourcent** » et signifie « **sur 100** »

ainsi 45 % peut aussi s'écrire $\frac{45}{100}$. Il s'agit donc d'une **proportion** !

Pour **calculer un pourcentage**, une méthode consiste à **tracer un tableau** où il y aura les quantités fournies sur la première ligne et les pourcentages sur le deuxième ligne.
On a alors automatiquement un tableau de proportionnalité que l'on peut compléter avec la méthode que l'on veut.

Exemple : Dans un collège de 640 élèves, 45% sont demi-pensionnaires. Combien d'élèves sont demi-pensionnaires ?

	DP	total
Nombre d'élèves	?	640
Pourcentage (%)	45	100

On trace notre tableau.

La référence correspond à 100%

Attention il faudra toujours rajouter le 100% qui correspond **au nombre de référence** (ici le total d'élèves).
On peut utiliser le produit en croix ici en posant les opérations :
45 × 640 = 28 800 puis **28 800 : 100 = 288**
Il y a 288 demi-pensionnaires.

IV) Utiliser une échelle

Définition : On dit qu'un **un plan** (ou un dessin, une maquette...) **est à l'échelle** lorsque il y a **proportionnalité entre les distances sur ce plan** (ce dessin, cette maquette...) **et les distances réelles**.
Le coefficient de proportionnalité est alors souvent représenté par une fraction.

Exemple : un plan au $\frac{5}{10000}$ signifie que 5 m sur le plan correspond à 10 000 m dans la réalité.