

Equation Produit Nul

I) Définition

Définition : On appelle **équation produit nul** une équation qui peut s'écrire comme un **produit de facteurs égale à zéro**. $A \times B \times C \times \dots = 0$

Exemples :

$3x \times 7x = 0$ $8x \times (2x - 5) = 0$ $(9x - 1) \times (x + 4) = 0$

Facteurs *Facteurs* *Facteurs*

Produit

sont des équations produit nul.

$8x + 3x = 0$ $4x + (7x - 1) = 0$ $(5x - 2) - (x + 6) = 0$

ne sont pas des équations **produit** !

$4x \times (8x - 9) = 6$ **n'est pas** une équation produit **nul** !

Remarque : une équation produit nul est souvent un équation du 2^e degré (ou plus). En effet si on développe on obtient souvent des x^2 (parfois x^3 , x^4 ...). Une équation de 2^e degré (ou plus) ne se résout pas comme une équation du premier degré. **Il ne faudra donc pas la développer** sous peine d'être « coincé ».

II) Méthode de résolution d'une équation produit nul

Propriété : Lorsque un produit de plusieurs facteurs est nul alors au moins un des facteurs est égale à zéro.

Si $A \times B \times C \times \dots = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$ ou $C = 0$ ou ...

Cette propriété va nous servir pour ramener une équation produit que l'on ne sait pas résoudre à plusieurs équations du premier degré que l'on sait résoudre.

Exemple de rédaction :

Résoudre : $(4x + 3) \times (2x - 7) = 0$

A B

Si $A \times B = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$

Donc résoudre notre équation produit nul revient à résoudre :

$4x + 3 = 0$ ou $2x - 7 = 0$ On obtient 2 équations du premier degré
 A B à résoudre.

$4x + 3 - 3 = -3$ ou $2x - 7 + 7 = +7$

$4x = -3$ ou $2x = 7$

soit $x = -0,75$ ou $x = 3,5$

L'équation $(4x + 3) \times (2x - 7) = 0$ a donc **2 solutions** $x = -0,75$ et $x = 3,5$.

III) Factorisation et équation produit nul

Parfois on ne voit pas au premier coup d'œil qu'il s'agit d'une équation produit. Il faut dans ce cas :

- 1) mettre tout dans le même membre de l'équation afin d'avoir « =0 »
- 2) factoriser afin d'avoir notre équation produit.

Exemple : Résoudre $12x^2 - 30x + 5 = 5$

On voit ici que c'est une équation du 2^e degré. On ne peut pas utiliser la méthode des équations du premier degré. On va donc essayer de retrouver une équation produit nul.

1) on met tout dans le même membre de l'équation :

$$12x^2 - 30x + 5 - 5 = 5 - 5$$

$$12x^2 - 30x = 0 \quad \text{On a bien obtenu notre « =0 »}$$

2) on factorise :

$$\underbrace{12x^2}_{6x \times 2x} - \underbrace{30x}_{6x \times 5} = 0$$

$$6x \times 2x - 6x \times 5 = 0$$

$$6x(2x - 5) = 0 \quad \text{Ca y est on a obtenu notre équation produit nul !}$$

$$\underbrace{6x}_A \times \underbrace{(2x - 5)}_B = 0$$

Si $A \times B = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$

Donc résoudre notre équation produit nul revient à résoudre :

$$\underbrace{6x}_A = 0 \quad \text{ou} \quad \underbrace{2x - 5}_B = 0 \quad \text{On obtient 2 équations du premier degré à résoudre.}$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 2x - 5 + 5 = +5$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 2x = 5$$

$$\text{soit } x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 2,5$$

L'équation $12x^2 - 30x + 5 = 5$ a donc **2 solutions** $x = 0$ et $x = 2,5$

Remarque : pour factoriser, il faudra utiliser soit un facteur commun (comme dans l'exemple) soit une des 3 identités remarquables.