

Division euclidienne – Division décimale

I) Vocabulaire

Définitions :

- le **nombre qui est divisé** se nomme **le dividende**.
- le **nombre par lequel on divise** se nomme **le diviseur**.
- Le **résultat d'une division** se nomme **un quotient**.
- Et parfois il reste un nombre après avoir effectué la division. C'est **le reste**.

Dividende	Diviseur
...	
Reste	Quotient

Effectuer une division, c'est faire un **partage en parts égales**.

Il existe 2 "types" de divisions :

Définitions :

- Lorsqu'on veut faire un partage dans lequel le **quotient** (résultat) **est un nombre entier** (sans virgule) on effectuera **une division euclidienne**.
Dans ce cas, **il peut y avoir un reste** à notre division.
- Lorsqu'on veut partager intégralement le dividende et **ne plus avoir de reste**, on effectuera une **division décimale**.
Dans ce cas, le **quotient** est parfois un nombre qui **n'est pas entier** (avec une virgule)

II) Comment poser une division euclidienne

Dans une division euclidienne, on s'arrêtera pour **ne pas aller après la virgule**.

Exemple : dans un mariage, il y a 167 personnes. On veut les placer par tables de 7. Combien va-t-on faire de tables complètes ?

Ici on ne peut pas "couper" les tables, donc on effectue une division euclidienne.

exemple : $165 : 7 = \dots$

dividende

diviseur

$$\begin{array}{r} 165 \\ - 14 \\ \hline 25 \\ - 21 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7 \\ 23 \\ \hline \end{array}$$

reste

quotient

On obtient $165 = (7 \times 23) + 4$

- On se dit dans 16 combien de fois 7 : 2 fois.
On écrit 2 dans le quotient et comme 2 fois 7 donne 14, on écrit 14 sous 16 et on fait la soustraction.
- Il reste 2. On abaisse ensuite le 5.
- On recommence, en se disant dans 25 combien de fois 7 : 3 fois.
On écrit 3 au quotient et comme 3 fois 7 donne 21, on écrit 21 sous 25 et on fait la soustraction.
- Il reste 4. Comme on ne va pas après la virgule, on a fini.

Ici, on peut donc faire 23 tables complètes de 7 personnes mais il restera 4 personnes à placer sur une autre table.

Remarque : dans notre exemple 4 (le reste) est forcément plus petit que 7 (le diviseur), sinon on pourrait encore remplir une autre table avec ces personnes. C'est le cas dans toutes les divisions euclidiennes :

Propriété :

Le reste d'une division euclidienne **est toujours plus petit que le diviseur ($r < d$)**.

Vérification : Pour vérifier nos calculs, on peut remarquer que si on multiplie le diviseur par le quotient : $7 \times 23 = 161$ et si ensuite on ajoute le reste 4, on retrouve le dividende $161 + 4 = 165$. C'est le cas dans toutes les divisions euclidiennes :

Propriété :

Dans une division euclidienne :

$$\begin{aligned} &(\text{diviseur} \times \text{quotient}) + \text{reste} = \text{Dividende} \\ &(\mathbf{d} \times \mathbf{q}) + \mathbf{r} = \mathbf{D} \end{aligned}$$

III) Comment poser une division décimale

On utilise la division décimale, lorsqu'**on ne veut pas de reste**. Il se peut alors que le quotient soit un nombre qui n'est pas entier (avec une virgule).

Exemple : Un grand père veut partager équitablement 21,84 € entre ses 3 petits enfants. Combien auront chacun d'eux? Ici on ne veut plus qu'il reste de l'argent à partager (reste = 0).

$\begin{array}{r} 21,84 \\ - 21 \\ \hline 08 \\ - 6 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 7,28 \end{array}$	<p><i>On place une virgule dans le quotient dès que l'on abaisse le chiffre des dixièmes du dividende.</i></p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

- Dans 21, combien de fois 3? 7 fois. Et $21 - 21 = 0$
- Il reste 0. Mais il reste des chiffres au dividende, donc on abaisse ensuite le 8 et on écrit une virgule au quotient.
- Dans 8, combien de fois 3? 2 fois. Et $8 - 6 = 2$.
- Il reste 2. On abaisse ensuite le 4.
- Dans 24, combien de fois 3? 8 fois. Et $24 - 24 = 0$.
- il ne reste plus de chiffres et le reste vaut 0 donc on a terminé.

IV) Multiples et Diviseurs

$3 \times 7 = 21$. On peut donc dire que 21 est dans la table de 3 et de 7 ou encore que **21 est un multiple de 3 et de 7**.

On remarque également que $21 \div 7 = 3$ *reste 0*. On peut dire que **7 est un diviseur de 21**.

Définitions : Si on appelle a et b, 2 nombres entiers. On dit que :

- **a est un multiple de b** lorsque **a est dans la table de multiplication de b**.
- **b est un diviseur de a** lorsque **le reste de la division euclidienne de a par b vaut 0**.

Exemples :

- 35 est un multiple de 5 car 35 est dans la table de 5.
- 8 est un diviseur de 16 car $16 \div 8 = 2$ *reste 0*
- 7 n'est pas un diviseur de 15 car $15 \div 7 = 2$ *reste 1*

V) Critères de divisibilité

On peut reconnaître si un nombre est divisible par 2 ou 5 ou 3... sans forcément poser la division. On appelle cela des **critères de divisibilité**.

Critères de divisibilité :

- **divisibilité par 2** : un nombre est **divisible par 2** lorsqu'il est **pair** (son dernier chiffre est 0, 2, 4, 6 ou 8).
- **divisibilité par 5** : un nombre est **divisible par 5** lorsque **son dernier chiffre est 0 ou 5**.
- **divisibilité par 10** : un nombre est **divisible par 10** lorsque **son dernier chiffre est 0**.
- **divisibilité par 4** : un nombre est **divisible par 4** lorsque ses 2 derniers chiffres forment un nombre qui est dans la table de 4.
- **divisibilité par 3** : un nombre est **divisible par 3** lorsque la **somme de ses chiffres donne un résultat qui est dans la table de 3**.
- **divisibilité par 9** : un nombre est **divisible par 9** lorsque la **somme de ses chiffres donne un résultat qui est dans la table de 9**.

Exemples :

- 846 est divisible par 2 car il se finit par un 6.
- 450 est divisible par 5 et par 10 car il se finit par un 0.
- 624 est dans la table de 4 car 24 (2 derniers chiffres) est dans la table de 4.
- 345 est divisible par 3 car $3 + 4 + 5 = 12$ qui est dans la table de 3.
- 918 est divisible par 9 car $9 + 1 + 8 = 18$ qui est dans la table de 9.

VI) Diviser par 10 ou 100 ou 1 000 ...

Propriétés :

- Lorsqu'on **divise** un nombre **par 10**, il suffit de **décaler la virgule d'un rang vers la gauche**.
- Lorsqu'on **divise** un nombre **par 100**, il suffit de **décaler la virgule de 2 rangs vers la gauche**.
- Lorsqu'on **divise** un nombre **par 1 000**, il suffit de **décaler la virgule de 3 rangs vers la gauche**.

Exemples : $147 \div 10 = 14,7$
1 rang

$7459,7 \div 100 = 74,597$
2 rangs