Notion de Fonction

I) Premiers exemples

Voici quelques programmes de calcul :

Programme 1 :	Programme 2 :	Programme 3 :
Ajouter 3	- Mutiplier par 2 - puis soustraire 4	Mutiplier le nombre d'entrée par lui même

Voici quelques résultats que l'on obtient avec différents nombres d'entrée :

- Programme 1 : Nombre d'entrée : **5** ⟶ Calcul 5 + 3 = **8**
  Nombre d'entrée : **7** ⟶ Calcul 7 + 3 = **10**
- Programme 2 : Nombre d'entrée : **5** ⟶ Calcul 5×2 – 4 = **6**
  Nombre d'entrée : **7** ⟶ Calcul 7×2 – 4 = **10**
- Programme 3 : Nombre d'entrée : **5** ⟶ Calcul 5×5 = **25**
  Nombre d'entrée : **7** ⟶ Calcul 7×7 = **49**

Ces programmes de calcul peuvent être considéré comme des **fonctions** qui calculent **un nombre de sortie** lorsque l'on fournit **un nombre d'entrée**.

Définition : Une **fonction** est une "machine" qui **transforme un nombre d'entrée en un nombre de sortie**.
Le **nombre** donné en **entrée** s'appelle **un antécédent**.
Le **nombre** calculé en **sortie** s'appelle **une image**.
Un antécédent va toujours avec son image. On note la transformation de l'un vers l'autre à l'aide d'une flèche :
un antécédent ⟶ **son image**

Si on reprend nos exemples du dessus, on notera :

- Programme 1 : **5** ⟶ **8** ici 5 est l'antécédent de 8 ou 8 est l'image de 5
  7 ⟶ **10** 7 est l'antécédent de 10
- Programme 2 : **5** ⟶ **6** 6 est l'image de 5
  7 ⟶ **10** ect...
- Programme 3 : **5** ⟶ **25**
  7 ⟶ **49**

Dans ces exemples, on remarque que pour un antécédent de 5, le programme 1 et 2 n'ont pas la même image. Donc si on écrit **5** ⟶ ... en essayant de calculer l'image, on ne sait pas vraiment de quel programme on parle. Ainsi on a décidé de donner **un nom à chaque fonction** que l'on utilise, qui est généralement une lettre en minuscule.
On peut par exemple décider d'appeler le programme 1 la fonction ***f***, le programme 2 la fonction ***g***, et le programme 3 la fonction ***h***.

Maintenant si j'écris :

***f* : 5 → ...** On sait que l'on parle du programme 1.

***g* : 5 → ...** On sait que l'on parle du programme 2.

De manière générale, si on donne un **nombre d'entrée *x*** à une fonction que l'on appelle ***f***, on aura un **nombre de sortie *y*** et on notera :

Nom de la fonction	Nombre d'entrée / Antécédent		Nombre de sortie / Image
f :	x	$\longrightarrow$	y

II) Représentation sous forme d'un tableau de valeurs

Lorsque l'on fait plusieurs calculs pour différents nombres d'entrée (antécédents) pour la même fonction, on peut regrouper les résultats sous la forme d'un **tableau de valeurs** dans lequel la première ligne représente les antécédents et la deuxième ligne les images.

Programme 1 :
Ajouter 3

SI on reprend, par exemple, le programme 1 :

2 → **5** ici 5 est l'image de 2

4 → **7** 7 est l'image de 4

5 → **8** 8 est l'image de 5

7 → **10** 10 est l'image de 7

On peut faire ce tableau de valeurs :

***x* (antécédents)**	**2**	**4**	**5**	**7**
***y* (images)**	**5**	**7**	**8**	**10**

Remarque : attention, il n'y a aucune raison que ce soit un tableau de proportionnalité ici !

III) Représentation sous la forme d'une formule

Programme 2 :
- Mutiplier par 2
- puis soustraire 4

Reprenons l'exemple du programme 2 :

Nombre d'entrée : **3** → **2** Calcul $3 \times 2 - 4 = 2$

Nombre d'entrée : **1** → **-2** Calcul $1 \times 2 - 4 = -2$

Nombre d'entrée : **5** → **6** Calcul $5 \times 2 - 4 = 6$

Nombre d'entrée : **7** → **10** Calcul $7 \times 2 - 4 = 10$

On remarque que les calculs se font toujours de la même manière.

Pour un nombre d'entrée ***x*** on a le calcul $x \times 2 - 4$. Cette formule nous donne le nombre de sortie **y**

On peut donc noter : $y = x \times 2 - 4$

Pour le programme 1,
on peut vérifier que la formule est : **y =** ***x*** + 3

Programme 1 :
Ajouter 3

Et pour le programme 3,
la fomule est **y =** ***x***× ***x***

Programme 3 :
Mutiplier le nombre d’entrée par lui même

De manière générale, chaque formule permet de calculer le nombre ***y*** de sortie grace au nombre ***x*** d'entrée, et chaque formule dépend de la fonction utilisée.
On notera donc :

$y = f(x)$	ou	$f(x) = y$
on lira : « *y* égale *f* de *x* »		« *f* de *x* égale *y* »

Cela signifie que le nombre ***y*** a été **calculé** grace au nombre ***x*** que l'on a **mis en entrée de la fonction f**.

Remarque : les parenthèses de cette notation ne sont pas des parenthèses de calcul.

Programme 2 :
- Mutiplier par 2
- puis soustraire 4

Si on reprend maintenant notre exemple du programme 2 avec cette nouvelle notation :

Nombre d'entrée : **3** → **2**	On notera :	***g*** (**3**) = **2**
Nombre d'entrée : **1** → **-2**	et :	***g*** (**1**) = **-2**
Nombre d'entrée : ***x*** → ***y***		***g*** (***x***) = ***y*** = ***x***×2 – 4

Lorsqu'on a représenté une fonction grace à une formule, on dit qu'on a trouvé sa représentation algébrique.
Dans le dernier exemple c'est : ***g*** (***x***) = ***y*** = ***x***×2 – 4

Représentation algébrique

IV) Calcul d'une image grace à une formule

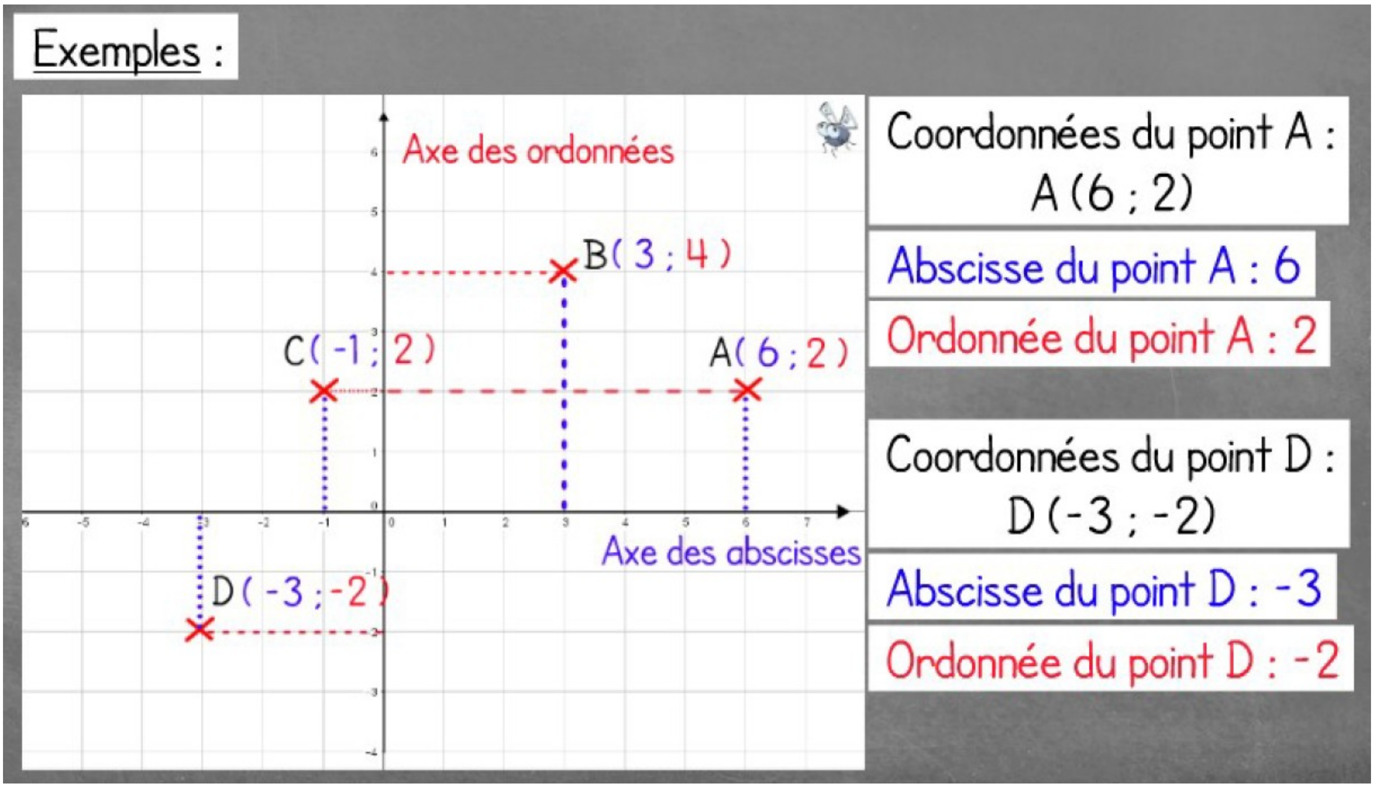
Méthode : Lorsqu'on a la formule d'une fonction, si on veut **calculer l'image** d'un nombre d'entrée, il suffit de **remplacer le x de la formule par ce nombre d'entrée**.

Exemple : on donne la fonction f définir par sa formule : f(x) = 5x + 2. Calculer l'image de 4 par cette fonction.

Solution : *f*(***x***) = 5***x*** + 2 — on remplace les ***x*** par ***4***
donc *f*(**4**) = 5× **4** + 2 = **22** — Donc l'image de **4** par la fonction *f* est **22**.

V) Rappel : Coordonnées et repérage dans le plan

Lorsqu'on veut repérer la position d'un point situé dans un plan (le cahier, le tableau...), on peut utiliser un **repère formé de 2 axes**, celui des **abscisses** et celui des **ordonnées**; puis attibuer des **coordonnées** à ce point.



VI) Représentation d'une fonction par un graphique

Une autre manière de représenter une fonction est sous forme de graphique.
Chaque point du graphique est repéré par ses coordonnées avec **l'abscisse du point qui correspondra au nombre d'entrée** (antécédent) et l'**ordonnée du point qui coorespondra au nombre de sortie** qui lui est associé (image).

Programme 3 :
Mutiplier le nombre d'entrée par lui même

Reprenons l'exemple du programme 3 :

-3 → **9** Cela nous donne le point A (**-3** ; **9**)
-2 → **4** Cela nous donne le point B (**-2** ; **4**)
-1 → **1** Cela nous donne le point C (**-1** ; **1**)
0 → **0** Cela nous donne le point D (**0** ; **0**)
1 → **1** Cela nous donne le point E (**1** ; **1**)
2 → **4** Cela nous donne le point F (**2** ; **4**)
3 → **9** Cela nous donne le point G (**3** ; **9**)

On place ensuite ces points dans un repère :
Puis on les relie en partant du point le plus à gauche jusqu'à celui le plus à droite.