Triangles Semblables

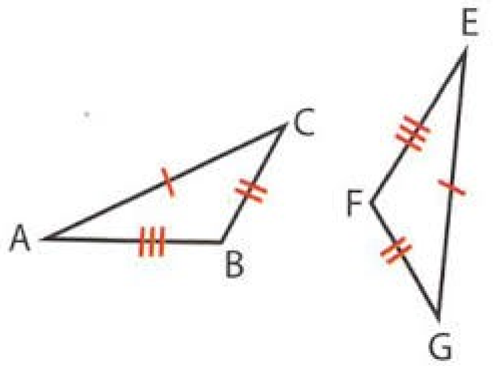
I) Triangles égaux

Définition : On dit que 2 triangles sont **égaux** lorsque leurs côtés sont égaux 2 à 2.

On peut alors les superposer.

Exemple : AC = EG = 10 cm
AB = EF = 7 cm
BC = FG = 6 cm

Donc ici les triangles ABC et EFG sont égaux

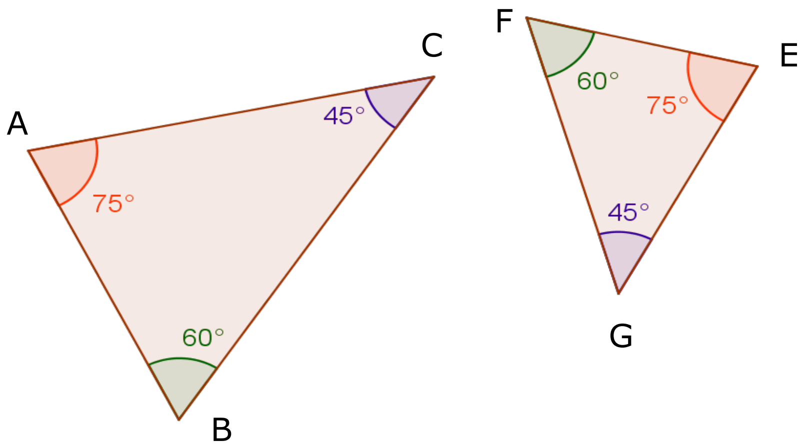


II) Triangles semblables

Définition : On dit que 2 triangles sont **semblables** lorsque leurs angles sont égaux 2 à 2.

Exemple : $\widehat{A}=\widehat{E}=75°$
$\widehat{B}=\widehat{F}=60°$
$\widehat{C}=\widehat{G}=45°$

Donc ici les triangles ABC et EFG sont semblables.



Remarques :
a) Deux triangles semblables peuvent être égaux mais pas forcément !
Dans l'exemple ci-dessus, on voit que les triangles n'ont pas la même taille.

b) Dans la pratique, on a besoin seulement de 2 paires d'angles égaux (puisque le 3^{e} angle se déduit avec la règle des 180°).

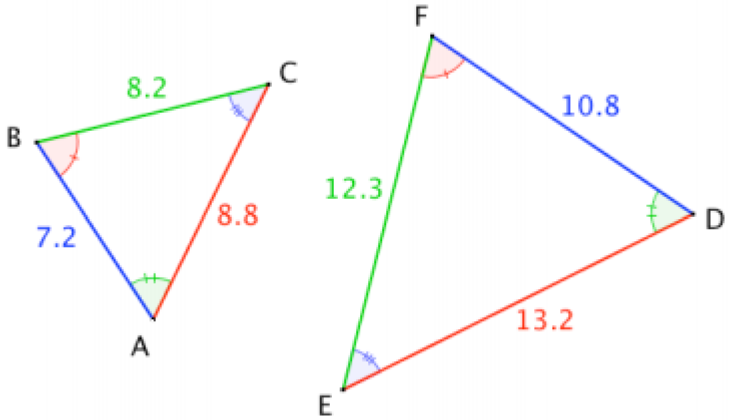
III) Propriétés des triangles semblables

Propriété : Si 2 triangles sont **semblables**, alors les **longueurs des côtés** opposés aux angles égaux **sont proportionnelles**.

Dans ce cas, les côtés opposés aux angles égaux sont appelés **côtés homologues**.

Exemple : On donne ABC et DEF, 2 triangles tels que :

$\widehat{A}=\widehat{D}$
$\widehat{B}=\widehat{F}$
$\widehat{C}=\widehat{E}$



Les 2 triangles sont semblables et lorsqu'on fait correspondre, 2 à 2, les côtés opposés aux angles égaux, on obtient :

Angles	$\widehat{A}=\widehat{D}$	$\widehat{B}=\widehat{F}$	$\widehat{C}=\widehat{E}$
Côtés de ABC	**BC = 8,2**	**AC = 8,8**	**AB = 7,2**
Côtés de EDF	**EF = 12,3**	**ED = 13,2**	**DF = 10,8**

Lorsqu'on effectue les rapports entre la dernière ligne et la 2e, on obtient :

$\frac{EF}{BC}=\frac{12{,}3}{8{,}2}=1{,}5$ $\frac{ED}{AC}=\frac{13{,}2}{8{,}8}=1{,}5$ $\frac{DF}{AB}=\frac{10{,}8}{7{,}2}=1{,}5$

On constate bien que les côtés sont proportionnels, et le rapport de proportionnalité (ici 1,5) est appelé coefficient d'agrandissement (ou de réduction)

Remarque : cette propriété nous permet de calculer certains cotés de triangles avec le produit en croix.

La **<u>propriété réciproque</u>** est également vraie. C'est à dire :

Propriété : Si 2 triangles ont des **côtés proportionnels** 2 à 2, alors ces deux triangles sont **semblables** (c'est à dire ont des angles 2 à 2 égaux).

Cette propriété permet de calculer des angles du 2e triangle (ils seront les même que ceux du premier triangle)