# Équations produit

## I. Généralités :

En quatrième vous avez appris à résoudre des équations du premier degré à une inconnue.
Nous allons maintenant nous intéresser aux équations du second degré, c'est à dire contenant des $x^2$ une fois développée.
Par exemple $3x^2-5x+4=4x-12$ est une équation du second degré.
Attention $(x-3)(4x+2)=0$ est aussi une équation du second degré (il suffit de développer pour faire apparaître des $x^2$...
En troisième nous allons apprendre à résoudre certaines de ces équations du second degré : les équations produit (nul).

Définition : Une **équation produit (nul)** est une équation du second degré dont un membre est factorisé et l'autre vaut zéro.

Exemples : $(x+3)(6x-4)=0$ ou $7x\times(3x-7)=0$ ou $(8x-9)^2=0$ sont des équations produit (nul).

Définition : (rappel) **Résoudre une équation**, c'est trouver la ou les valeur(s) que peut prendre l'inconnue afin que l'égalité soit vraie.

Exemple : Dans l'équation : $(x+2)(2x-8)=0$
$x=5$ n'est pas une solution car $(5+2)\times(2\times5-8)=7\times2=14\neq0$ .
Par contre $x=-2$ est une solution car $(-2+2)\times(2\times(-2)-8)=0\times(-12)=0$
On vient ici de **vérifier** que 5 n'est pas une solution de l'équation et que -2 en est bien une.

## II. Propriétés :

Propriété : Si le produit de 2 nombres est nul (vaut zéro) alors un des 2 nombres est nul.

On peut aussi le traduire de façon plus mathématique par :

Propriété : Si $a\times b=0$ alors $a=0$ ou $b=0$

Cette propriété est essentielle et va nous permettre de résoudre une équation produit (nul).

## III. Résolution d'une équation produit (nul) :

Il faut bien voir que le *a* ou le *b* de la propriété sont les 2 facteurs du produit de l'équation.

Exemple : Dans $\underbrace{(x+3)}_{a}\underbrace{(4x-6)}_{b}=0$ on a bien $a\times b=0$

Donc d'après la propriété cela signifie que, soit $(x+3)=0$ , soit $(4x-6)=0$
On est donc ramené à résoudre 2 équations du premier degré !

| | | |
|---|---|---|
| $(x+3)=0$ | ou | $(4x-6)=0$ |
| $x+3\mathbf{-3}=0\mathbf{-3}$ | | $4x-6\mathbf{+6}=0\mathbf{+6}$ |
| $x=-3$ | | $4x=6$ |
| | | $\frac{4x}{4}=\frac{6}{4}$ soit $x=\frac{3}{2}=1{,}5$ |

On trouve donc 2 solutions $x=-3$ et $x=1{,}5$ .
On effectue enfin la vérification :
Pour $x=-3$ on a $(x+3)(4x-6)=(-3+3)(4\times-3-6)=0\times(-18)=0$ donc ça marche !
Et pour $x=1{,}5$ on a $(x+3)(4x-6)=(1{,}5+3)(4\times1{,}5-6)=4{,}5\times0=0$ ça marche aussi !
Les solutions de notre équation sont donc bien $x=-3$ et $x=1{,}5$ .

Remarques : Dans une équation du second degré, on trouvera au maximum 2 solutions.
Quand on résout une équation, on garde toujours la valeur exacte des solutions.
Il faudra parfois **factoriser** l'équation pour reconnaître une équation produit (nul).

Exemple de rédaction d'un exercice : Résoudre $4x^2-9=0$

$4x^2-9=0$
$(2x)^2-3^2=0$
$(2x+3)(2x-3)=0$

Si $a\times b=0$ alors $a=0$ ou $b=0$

Donc $(2x+3)=0$ ou $(2x-3)=0$

| | |
|---|---|
| $2x+3\mathbf{-3}=0\mathbf{-3}$ | $2x-3\mathbf{+3}=0\mathbf{+3}$ |
| $2x=-3$ | $2x=3$ |
| $\frac{2x}{2}=\frac{-3}{2}$ | $\frac{2x}{2}=\frac{3}{2}$ |
| $x=\frac{-3}{2}=-1{,}5$ | $x=\frac{3}{2}=1{,}5$ |

Vérifications :

Pour $x=-1{,}5$ on a $4x^2-9=4\times(-1{,}5)^2-9=4\times 2{,}25-9=9-9=0$

Et pour $x=1{,}5$ on a $4x^2-9=4\times 1{,}5^2-9=4\times 2{,}25-9=9-9=0$

Les solutions de notre équation sont donc bien $x=-1{,}5$ et $x=1{,}5$ .