Notion de fonction

I) Vocabulaire sur les fonctions.

Quantité x ⟶ Fonction ⟶ Quantité y

Lorsqu'une quantité y évolue suivant une quantité x (variable), c'est-à-dire lorsque pour une valeur de x donnée correspond une et une seule valeur de y, on dit que ***y est fonction de x***.
On symbolise cette correspondance pour « passer » de x à y par une lettre f (g ou h ...) et **on note** :

$f : x \longmapsto y$ ou $f(x) = y$; on lit « f de x égale y » et on dit que ***y est l'image de x par f.***

1er exemple : la température T est une fonction g de l'heure t :

À 8 h	il fait 12°C	on note g(8) = 12
À 9 h	il fait 14°C	on note g(.....) = ...
À 10 h	il fait 14°C	on note g(.....) = ...
À 11 h	il fait 15°C	on note g(.....) = ...
...	...	
De façon générale: à l'heure t	il fait une température T	on note g : t ⟶ T ou g(.....) = ...

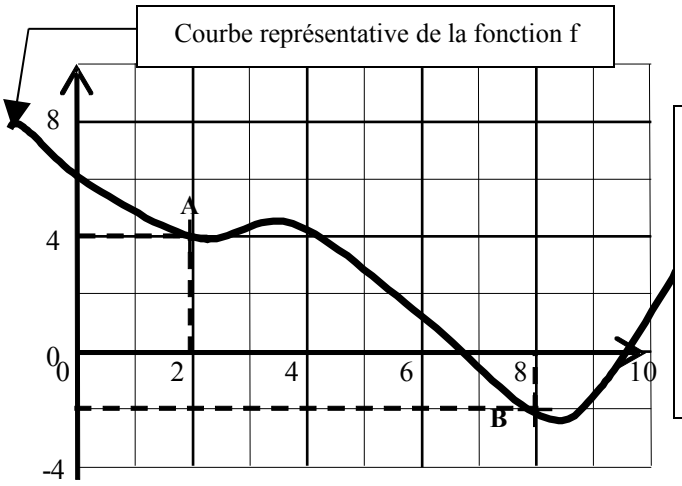
2ème exemple : l'aire A du carré est une fonction h de la longueur du côté c :
Dans ce cas, on peut même calculer A avec la formule $A = c^2$.

Pour 2 cm	L'aire A fait 4 cm²	on note h(2) = 4
Pour 5 cm	L'aire A fait ..... cm²	on note h(.....) = ...
Pour 7 cm	L'aire A fait ..... cm²	on note h(.....) = ...
Pour 12 cm	L'aire A fait ..... cm²	on note h(.....) = ...
...	...	
De façon générale: Pour un coté c	On peut calculer une aire A	on note h : c ⟶ A ou h(.....) = ...

II) Graphique et fonction.

Un graphique formé de points d'abscisse x et d'ordonnée y définit une fonction lorsqu'il ne comporte pas plusieurs points de même abscisse et d'ordonnées différentes.

L'ensemble des points de coordonnées (x ; $y = f(x)$) s'appelle la courbe représentative de la fonction f et on dit que la relation $y = f(x)$ est l'équation de cette courbe.



Sur cette courbe on peut lire graphiquement :

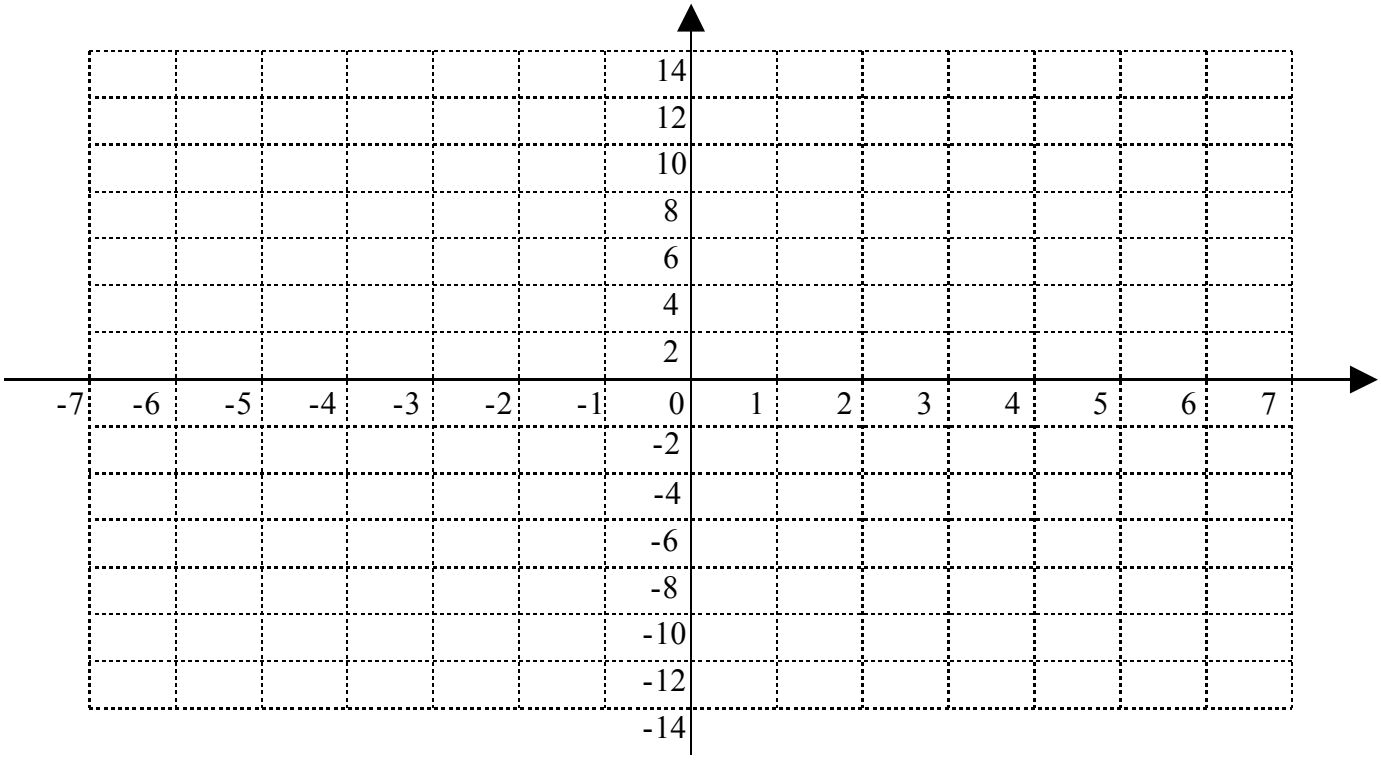
Le point A(2 ; 4) par exemple.
On dit que 4 est l'image de 2 par la fonction f.
Ou encore f(2) = 4
On y lit aussi le point B(8 ; ….).
On dit que ….. est l'image de …… par la fonction f.
Ou encore f(…..) = ……..

<u>Remarques</u> : Lorsque y est fonction de x, pour un x donné, il existe une et une seule image (à un instant donné, il ne fait qu'une et une seule température, et pour une longueur de côté fixé, l'aire ne prend qu'une et une seule valeur). Par contre une valeur de y donnée peut être image de une ou plusieurs ou aucune valeurs de x (il peut y avoir plusieurs heures de la journée où la température est la même et certaines températures ne sont jamais atteintes ...).

<u>Exemple :</u> On donne la fonction f définie par : $\mathbf{f : x \longrightarrow 2x + 4}$

Compléter le tableau puis placer les points correspondants dans le graphique.

x	-5	-2	0	1	3	5
f(x)						
points	A(-5 ; -6)	B(..... ; .....)	C(..... ; .....)	D(..... ; .....)	E(..... ; .....)	F(..... ; .....)



Dans notre graphique, on dit que :

-6 est l'image de -5 par la fonction f (ou à l'envers que -5 est l'antécédent de -6 par cette fonction,
0 est …..... de -2 par la fonction f,
4 est …..... de 0 par la fonction f,
1 est …..... de 6 par la fonction f,
3 est …..... de 10 par la fonction f....

La courbe représentative de la fonction f va donc passer par ces points. Ici les points semblent alignés. Nous verrons par la suite que la fonction f est représentée par une droite. Cependant ce n'est pas toujours le cas. Une courbe peut « relier »des points sans forcément que ce soit en ligne droite (voir graphique précédent).

III) Conclusion.

Dans la pratique, une fonction est définie :

- soit par une **courbe** permettant de **lire** les *y* en fonction des *x*,
- soit par une **formule** reliant **y** à **x** (ou un problème conduisant à une formule) permettant de **calcule**r les **y** en fonction des **x**.