Enchainements d'Opérations

1 Vocabulaire

Somme et Différence

- Le résultat d'une addition s'appelle une **somme** et les nombres que l'on ajoute sont les **termes** de la somme.
- Le résultat d'une soustraction s'appelle une **différence** et les nombres que l'on soustrait sont les **termes** de la différence. La différence représente *l'écart* entre les deux nombres.

Exemples :

- La **somme** de 12,3 et 4,56 est égale à 16,86. $\underbrace{12,3}_{\text{terme}} + \underbrace{4,56}_{\text{terme}} = \underbrace{16,86}_{\text{somme}}$.
- La **différence** de 42,6 et 33 est égale à 9,6. Donc 9,6 est *l'écart* entre les deux nombres 42,6 et 33. $\underbrace{42,6}_{\text{terme}} - \underbrace{33}_{\text{terme}} = \underbrace{9,6}_{\text{différence}}$.

Produit et Quotient

- Le résultat d'une multiplication s'appelle un **produit** et les nombres que l'on multiplie sont les **facteurs** du produit.
- Le résultat d'une division s'appelle un **quotient**. Le nombre que l'on divise s'appelle le **dividende** et celui par lequel on divise est le diviseur.

Exemples :

- Le **produit** de 26 par 4 est égale à 104 : $\underbrace{26}_{\text{facteur}} \times \underbrace{4}_{\text{facteur}} = \underbrace{104}_{\text{produit}}$.
- Le **quotient** de 32 par 4 est égale à 8. Le nombre 32 est le **dividende** et 4 est le **diviseur**. $\underbrace{32}_{\text{dividende}} \div \underbrace{4}_{\text{diviseur}} = \underbrace{8}_{\text{quotient}}$.

2 Utilisation des parenthèses dans un calcul

Utilisation des parenthèses

Dans un calcul on **commence** toujours par effectuer **les calculs entre parenthèses**. Si il y en a plusieurs, on **commence par les parenthèses les plus intérieures**.

Exemples :

- $27 - (8 + 7) = 27 - 15 = 12$.
- $(3 + 5) \times (9 - 4) = 8 \times 5 = 40$.
- $34 - [(7 + 5) \times 2] = 34 - (12 \times 2) = 34 - 24 = 10$.

Parenthèses et écriture fractionnaire

Quand un quotient est écrit sous la forme d'**une écriture fractionnaire**, il faut faire les calculs **comme si il y avait des parenthèses autour de numérateur et du dénominateur**.

Exemples :

- $\dfrac{35}{3+2} = 35 \div (3+2) = 35 \div 5 = 7$
- $\dfrac{19-7}{1+3} = (19-7) \div (1+3) = 12 \div 4 = 3$

3 Enchainements d'opérations sans parenthèses

Enchaînement d'additions et de soustractions

Lorsque une expression **ne contient pas de parenthèse** et qu'elle est **constituée uniquement d'additions et/ou de soustractions**, alors on **effectue les calculs dans le sens de la lecture** (de gauche à droite).

Exemples :

- $22 - 9 + 3 = 13 + 3 = 16$
- $18 - 12 + 7 - 11 = 6 + 7 - 11 = 13 - 11 = 2$

Remarque :

Quand il n'y a **que des additions**, on peut regrouper les termes et faire les additions dans l'ordre que l'on veut : $4,97 + 2,5 + 0,03 = 4,97 + 0,03 + 2,5 = 5 + 2,5 = 7,5$.

Enchaînement de multiplications et de divisions

Lorsque une expression **ne contient pas de parenthèse** et qu'elle est **constituée uniquement de multiplications et/ou de divisions**, alors on **effectue les calculs dans le sens de la lecture** (de gauche à droite).

Exemples :

- $8 \times 4 \times 5 = 32 \times 5 = 160$
- $24 \div 3 \times 7 = 8 \times 7 = 56$
- $9 \times 4 \div 6 = 36 \div 6 = 6$
- $21 \div 7 \div 10 = 3 \div 10 = 0,3$

Remarque :

Quand il n'y a **que des multiplications**, on peut regrouper les termes et faire les multiplications dans l'ordre que l'on veut : $2 \times 1,7 \times 5 = 2 \times 5 \times 1,7 = 10 \times 1,7 = 17$

Priorité des opérations

Lorsque une expression **ne contient pas de parenthèse**, alors on **effectue les multiplications et les divisions en premier**, puis on **effectue les additions et soustractions en dernier**. On dit que les multiplications et les divisions sont **prioritaires** sur les additions et les soustractions.

Exemples :

- $6 \times 3 + 7 = 18 + 7 = 25$
- $6 + 4 \times 7 = 6 + 28 = 34$
- $50 - 49 \div 7 = 50 - 7 = 43$
- $9 \times 4 - 24 \div 4 = 36 - 6 = 30$

4 Enchainements d'opérations dans des calculs complexes

Lorsqu'on a à effectuer des calculs où il y a des parenthèses et plusieurs opérations (calcul complexe), on doit utiliser l'ensemble des propriétés vues précédement. Pour plus de clarté, on écrira les calculs en revenant à la ligne à chaque étape.

- On repère les parenthèses les plus intérieures.
- On effectue tous les calculs dans ces parenthèses en commençant par les multiplications et les divisions.
- Une fois tous les calculs dans ces parenthèses finis, on recommence dans les autres parenthèses si il y en a toujours en commençant par les multiplications et les divisions.
- Quand il n'y a plus de parenthèse, on finit les calculs toujours en commençant par les multiplications et les divisions.

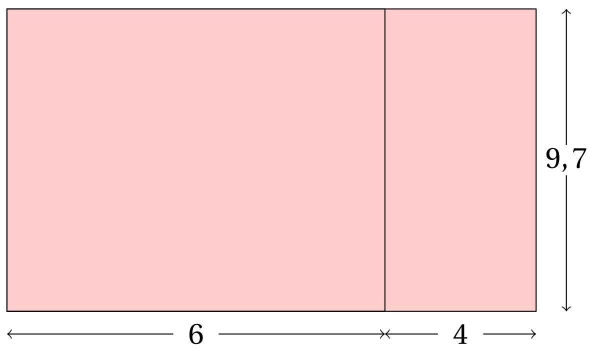
Exemples :

- $20 - (7 + 48 \div 8)$
  $= 20 - (7 + 6)$
  $= 20 - 13$
  $= 7$
- $50 - ((3 + 7) \times 4)$
  $= 50 - (10 \times 4)$
  $= 50 - 40$
  $= 10$
- $12 + ((30 - 3 \times 5) \times 4)$
  $= 12 + ((30 - 15) \times 4)$
  $= 12 + (15 \times 4)$
  $= 12 + 60$
  $= 72$

5 Distributivité de la multiplication sur l'addition

Sous ce titre compliqué se cache un principe plutôt simple, que l'on utilise parfois sans même le savoir. Prenons un exemple : **Calcul de l'aire d'un rectangle**

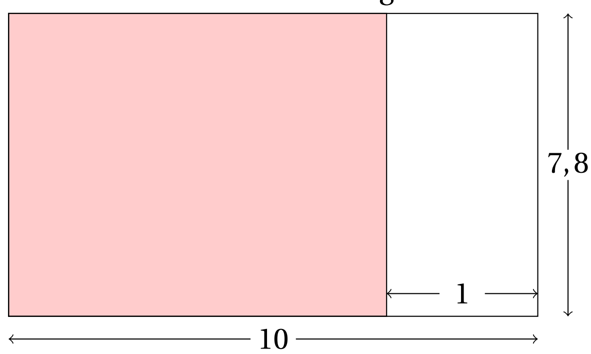
Dans chacun des cas suivants, il existe deux manières de calculer l'aire du rectangle colorié :



Première façon forme "produit"	**Deuxième façon** forme "somme"
$9,7 \times (6 + 4)$	$9,7 \times 6 + 9,7 \times 4$

Les deux calculs, une fois effectués en respectant les règles de priorité, produisent bien évidemment les mêmes résultats. Mais dans ce cas précis, la forme "produit" semble beaucoup plus facile à utiliser pour calculer l'aire de rectangle ; elle vaut

$$9,7 \times (4 + 6) = 9,7 \times 10 = 97 \text{ cm}^2.$$



Première façon forme "produit"	**Deuxième façon** forme "différence"
$7,8 \times (10 - 1)$	$7,8 \times 10 - 7,8 \times 1$

Les deux calculs, une fois effectués en respectant les règles de priorité, produisent bien évidemment les mêmes résultats. Mais dans ce cas précis, la forme "différence" semble beaucoup plus facile à utiliser pour calculer l'aire de rectangle ; elle vaut

$$7,8 \times 10 - 7,8 \times 1 = 78 - 7,8 = 70,2 \text{ cm}^2.$$

Définitions - formules de distributivité

- **Développer** un produit consiste à le transformer en somme (ou en différence).
  On utilise les formules :

$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b \qquad \text{et} \qquad k \times (a-b) = k \times a - k \times b$$

- **Factoriser** une somme (ou une différence)consiste à la transformer en produit.
  On utilise les formules :

$$k \times a + k \times b = k \times (a+b) \qquad \text{et} \qquad k \times a - k \times b = k \times (a-b)$$

Exemples :

- $19,4 \times (10+1)$
  $= 19,4 \times 10 + 19,4 \times 1$
  $= 194 + 19,4$
  $= 213,4$
  On a distribué 19,4.
- $6 \times (20-7)$
  $= 6 \times 20 - 6 \times 7$
  $= 120 - 42$
  $= 78$
  On a distribué 6.
- $7,8 \times 8 + 7,8 \times 2$
  $= 7,8 \times (8+2)$
  $= 7,8 \times 10$
  $= 78$
  On a factorisé 7,8.